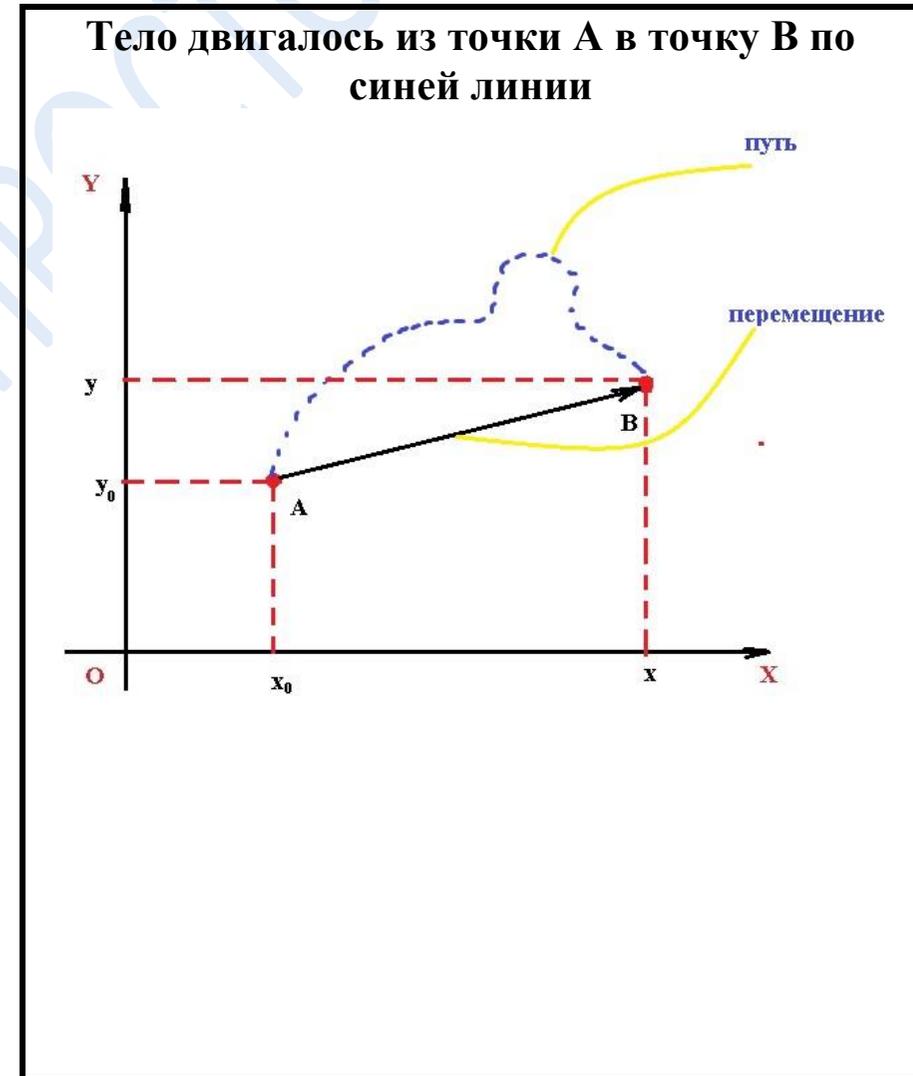


КИНЕМАТИКА.

Кинематика – часть теоретической механики, в которой изучаются движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

Основные физические величины и понятия.

- 1) **Траектория** - линия по которой движется тело.
- 2) **Путь**- длина траектории.
- 3) **Перемещение** – вектор соединяющий начальную и конечную точку движения.
- 4) x_0 и y_0 – начальные координата тела по оси OX и OY .
- 5) x и y – конечные координаты тела по оси OX и OY .
- 6) \vec{v}_0 – вектор начальной скорости тела.
- 7) \vec{v} – вектор конечной скорости тела.
- 8) v_{0x} – проекция вектора начальной скорости тела \vec{v}_0 на ось OX
- 9) v_{0y} – проекция вектора начальной скорости тела \vec{v}_0 на ось OY
- 10) v_x – проекция вектора конечной скорости тела \vec{v} на ось OX
- 11) v_y – проекция вектора конечной скорости тела \vec{v} на ось OY
- 12) v_0 – модуль вектора начальной скорости тела \vec{v}_0 .
- 13) v – модуль вектора конечной скорости тела \vec{v} .
- 14) t – время движения тела.
- 15) \vec{a} – вектор ускорения тела
- 16) a_x – проекция вектора ускорения тела \vec{a} на ось OX
- 17) a_y – проекция вектора ускорения тела \vec{a} на ось OY
- 18) a – модуль вектора ускорения тела \vec{a}
- 19) T – период колебаний или время одного оборота по окружности.
- 20) S – в зависимости от задачи это путь или дальность движения
- 21) h – конечная высота, на которой находится тело
- 22) h_0 – начальная высота, на которой находится тело



Типы движения

Равномерное

$v = \text{const}$,
 $a = 0$
 (скорость не изменяется,
 ускорение равно 0)

$$S = v * t$$

Равноускоренное (равнозамедленное) прямолинейное

$v \neq \text{const}$, $a = \text{const}$

Равноускоренное (равнозамедленное) криволинейное

$$\begin{cases} S = v_{0x} * t + \frac{a_x * t^2}{2} \\ v_x = v_{0x} + a_x * t \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = h_0 + v_{0y} * t + \frac{a_y * t^2}{2} \\ v_y = v_{0y} + a_y * t \end{cases}$$

Движение тела по окружности

$$a_{ц} = \frac{v^2}{r}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Движение тела вдоль оси OX

$$\begin{cases} S = v_{0x} * t + \frac{a_x * t^2}{2} \\ v_x = v_{0x} + a_x * t \end{cases}$$

Движение тела вдоль оси OY

$$\begin{cases} h = h_0 + v_{0y} * t + \frac{a_y * t^2}{2} \\ v_y = v_{0y} + a_y * t \end{cases}$$

Дополнительные формулы

$$x = x_0 + v_{0x} * t + \frac{a_x * t^2}{2}$$

$$y = y_0 + v_{0y} * t + \frac{a_y * t^2}{2}$$

$$S = x - x_0$$

Средняя скорость

$$v_{cp} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}}$$

где $S_{общ} = S_1 + S_2 + \dots$ общий путь движения
 $t_{общ} = t_1 + t_2 + \dots$ общее время движения

Запомнить!!!

1) Если тело движется свободно (только под действием силы тяжести) то его ускорение равно ускорению свободного падения

$$\vec{a} = \vec{g}$$

Пример. Тело брошенное вертикально вверх, тело брошенное под углом к горизонту и т.д.

Тогда наши уравнения приобретают вид Пример: $S = v_{0x} * t + \frac{g_x * t^2}{2}$

2) Ускорение свободного падения \vec{g} всегда направлено вниз перпендикулярно уровню земли (то есть к центру Земли).

3) Если движение тела замедляется (пример: тело тормозит) то вектор ускорения направлен против скорости.

4) Вектор скорость к траектории движения направлен по касательной к ней.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО КИНЕМАТИКИ

1) Записываем правильно и корректно **Дано** и если требуется то **СИ**.

2) Строим рисунок. На рисунке должны присутствовать.

А) Вектор начальной скорости.

Б) Вектор конечной скорости (может быть несколько векторов в зависимости от задачи).

В) Вектор ускорения (если тело движется ускоренно).

Г) Обозначены расстояния на рисунке (путь, дальность полета, высота подъема и т. д.)

Д) Координатную ось или Координатные оси. Это зависит от того как движется тело, то есть тело движется вдоль одной оси (пример: тело движется по горизонтали или вертикали) или двух (пример: тело брошенное под углом).

3) Записываем основные уравнения, которые будут использованы. (Уравнения записываем в соответствии с типом движения **см. схему выше**.)

4) Переписываем Основные уравнения **см. п3**, используя условия нашей задачи для участка или участков движения (то есть находим проекции **см. доп. мат.**, координаты и т.д.). Количество уравнений должно равняться количеству неизвестных.

Будьте внимательны, не все записанные «Основные уравнения» должны быть использованы в задаче. Это зависит от задачи.

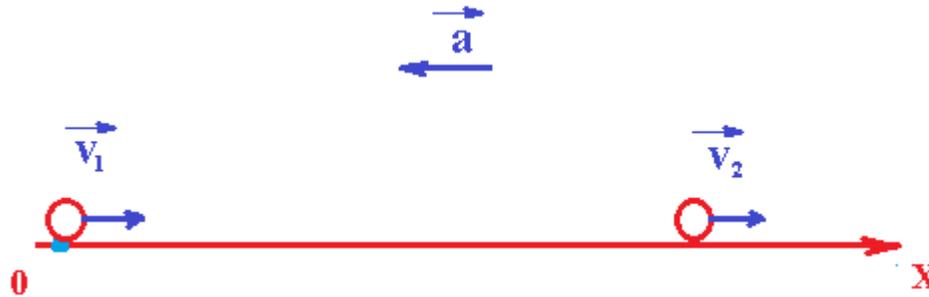
5) Решаем получившиеся уравнения.

Примеры решения задач.

(красный текст это все лишь мои комментарии к задаче, записывать их не надо)

Задача 1. Тело, движущееся со скоростью $v_1 = 54$ км/ч, за время $t = 2$ с уменьшило свою скорость до $v_2 = 7$ м/с .
Определить ускорение тела.

Дано:	СИ
$v_1 = 54$ км/ч	$v_1 = 15$ м/с
$t = 2$ с	$t = 2$ с
$v_2 = 7$ м/с	$v_2 = 7$ м/с
$a = ?$	м/с ²



Это равнозамедленное прямолинейное движение вдоль оси ОХ. Достаточно записать общее уравнение v_x .

$$v_x = v_{0x} + a_x * t$$

Начальной скоростью будет являться скорость v_1 а конечной v_2

Тогда уравнение перепишем в виде.

$$v_{2x} = v_{1x} + a_x * t$$

По рисунку видно что

$$v_{1x} = v_1,$$

$$v_{2x} = v_2$$

$$a_x = -a$$

Наше уравнение имеет вид

$$v_2 = v_1 - a * t$$

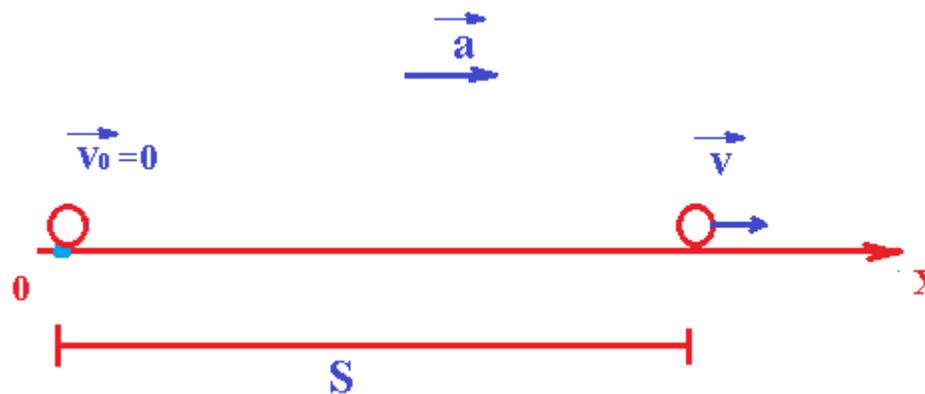
Выражаем отсюда a находим

$$a = \frac{v_1 - v_2}{t}$$

$$a = \frac{15 - 7}{2} = 4 \text{ м/с}^2$$

Задача 2. Первоначально покоившееся тело начинает двигаться с постоянным ускорением $a = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$. Определить путь, пройденный телом за $t = 0,1 \text{ ч}$ после начала движения.

Дано:	СИ
$a = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$	$a = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$
$t = 0,1 \text{ ч}$	$t = 360 \text{ с}$
$v_0 = 0 \text{ м/с}$	
$S = ?$	м



Это равноускоренное прямолинейное движение вдоль оси ОХ. Запишем общие уравнение x и v_x .

$$\begin{cases} S = v_{0x} * t + \frac{a_x * t^2}{2} \\ v_x = v_{0x} + a_x * t \end{cases}$$

По условию задачи и рисунку получаем что

$$\begin{aligned} v_{0x} &= 0, \\ v_x &= v \\ a_x &= a \end{aligned}$$

Подставим эти значения в общие уравнения S и v_x получим

$$\begin{cases} S = \frac{a * t^2}{2} \\ v = a * t \end{cases}$$

Видим что для нахождения пути S нам достаточно только использовать первое уравнение.

$$S = \frac{5 \cdot 10^{-4} * (360)^2}{2} = 32,4 \text{ м}$$

Задача 3. Тело брошено вертикально вниз с высоты $h = 40\text{ м}$ со скоростью $v_0 = 25\text{ м/с}$. Какую скорость приобретает тело к моменту падения на землю? Какую скорость приобрело бы тело, если начальная скорость была бы направлена вертикально вверх?

Дано:

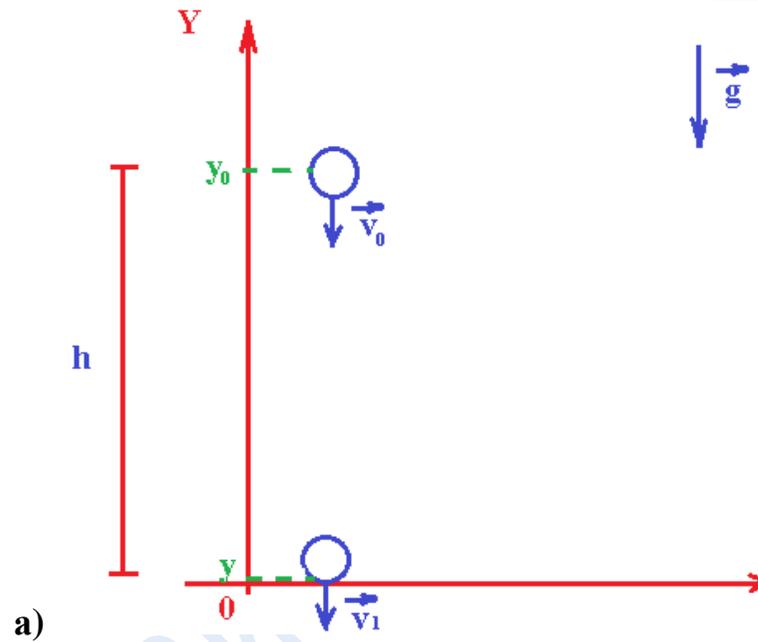
$$h = 40\text{ м}$$

$$v_0 = 25\text{ м/с}$$

$$g = 10\text{ м/с}^2$$

$$\text{а) } v_1 = ?$$

$$\text{б) } v_2 = ?$$



Это равноускоренное прямолинейное движение вдоль оси OY . Запишем общие уравнение y и v_y .

Не забываем, что тело движется свободно тогда $a = g$

$$\begin{cases} h = h_0 + v_{0y} * t + \frac{g_y * t^2}{2} \\ v_y = v_{0y} + g_y * t \end{cases}$$

По условию задачи и рисунку получаем что

$$v_{0y} = -v_0,$$

$$v_y = -v_1$$

$$g_y = -g$$

$$h_0 = h$$

$$h = 0$$

Подставим эти значения в общие уравнения y и v_y получим

$$\begin{cases} 0 = h - v_0 * t - \frac{g * t^2}{2} \\ -v_1 = -v_0 - g * t \end{cases}$$

У нас получились 2 уравнения с 2 неизвестными (v_1 и t).

Выразим из 1 уравнения t решая квадратное уравнение относительно t

$$\frac{g * t^2}{2} + v_0 * t - h = 0$$

$$a * x^2 + b * x + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = v_0^2 - 4 * \frac{g}{2} * (-h) = v_0^2 + 2 * g * h$$

$$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{2 * \frac{g}{2}} = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{g}$$

$$t_2 = \frac{-v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{2 * \frac{g}{2}} = \frac{-v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{g}$$

$t_2 < 0$ время не бывает меньше 0.

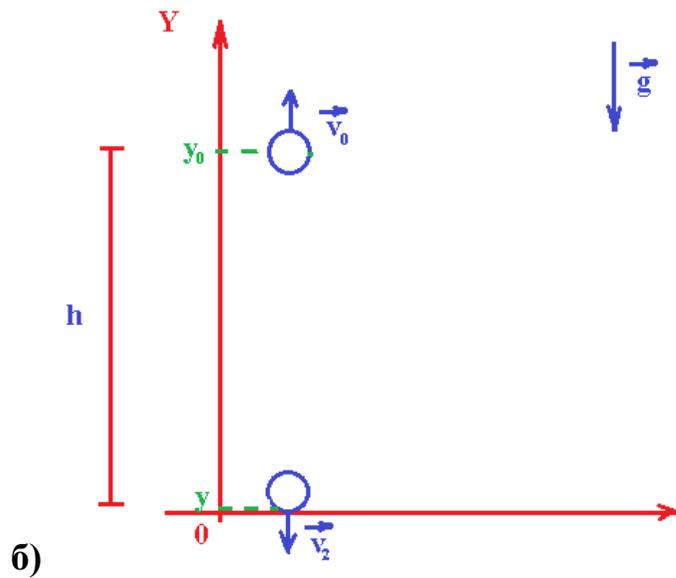
Подставим t_1 во 2 уравнение получим

$$-v_1 = -v_0 - g * \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{g}$$

$$v_1 = v_0 + (-v_0) + \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}$$

$$v_1 = \sqrt{25^2 + 2 * 10 * 40} = \sqrt{625 + 800} \approx 37,8 \text{ м/с}$$



Рассмотрим случай б).

Это равноускоренное прямолинейное движение вдоль оси ОУ.

Запишем общие уравнение y и v_y .

Не забываем, что тело движется свободно тогда $a = g$

$$\begin{cases} h = h_0 + v_{0y} * t + \frac{g_y * t^2}{2} \\ v_y = v_{0y} + g_y * t \end{cases}$$

По условию задачи и рисунку получаем что

$$v_{0y} = v_0,$$

$$v_y = -v_2$$

$$g_y = -g$$

$$h_0 = h$$

$$h = 0$$

Подставим эти значения в общие уравнения y и v_y получим

$$\begin{cases} 0 = h + v_0 * t - \frac{g * t^2}{2} \\ -v_2 = v_0 - g * t \end{cases}$$

У нас получились 2 уравнения с 2 неизвестными (v_2 и t).

Выразим из 1 уравнения t решая квадратное уравнение относительно t

$$\frac{g * t^2}{2} - v_0 * t - h = 0$$

$$a * x^2 + b * x + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = v_0^2 - 4 * \frac{g}{2} * (-h) = v_0^2 + 2 * g * h$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{2 * \frac{g}{2}} = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{g}$$

$$t_2 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{2 * \frac{g}{2}} = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{g}$$

$t_2 < 0$ время не бывает меньше 0.

Подставив t_1 во 2 уравнение получим

$$-v_2 = v_0 - g * \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}}{g}$$

$$v_2 = -v_0 + v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}$$

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 + 2 * g * h}$$

$$v_2 = \sqrt{25^2 + 2 * 10 * 40} = \sqrt{625 + 800} \approx 37,8 \text{ м/с}$$